

Elemzési és tervezési módszerek a műszaki akusztikában: igények és lehetőségek

AUGUSZTINOVICZ FÜLÖP, FIALA PÉTER, FÜRJES ANDOR TAMÁS, GULYÁS KRISZTIÁN,
MÁRKI FERENC, NAGY ATTILA BALÁZS, PFLIEGEL PÉTER

BME Híradástechnikai Tanszék
{fulop, fiala, furjes, gulyas, marki, nagyab, pfliegel}@hit.bme.hu

Kulcsszavak: ??????

Cikkünk a híradástechnika egyik speciális részterületéről, a műszaki tudomány mellett több más diszciplína: a fizika, matematika, építészet, sőt a zenetudomány elemeit is magában foglaló akusztika témaköréről igyekszik áttekintést adni. Témánkat a műszaki akusztika fejlődését meghatározó elemzési technikák és eszközök, valamint az ezekre épülő tervezési módszerek szemszögéből tárgyaljuk. A szerteágazó téma részletes kifejtésére természetesen nem vállalkozhatunk, ezért egy rövid történeti áttekintés keretében felvázoljuk a műszaki akusztika néhány részterületének kialakulását és a fejlődést meghatározó körülményeket és tényezőket, majd a műszaki akusztika néhány ma használatos és a jövőben is ígéretesnek látszó eljárásának alapjait ismertetjük.

1. Történeti áttekintés

Mint a kultúra és tudomány annyi más területén, az akusztikában is joggal kezdhetjük a mondatot a közismert szófordulattal: „már a régi görögök is...” – hiszen már a szó is görög eredetű; *αχούειν* azt jelenti: hallani. Az ókori görög színházak kiváló hallhatósága a környezeti zajforrások hiányán túl elsősorban a hangterjedés és -visszaverődés jelenségeinek tudatos kihasználásán alapult. A görög színházépítők a jó akusztikát a tájolás, alakformálás, a játzó személyek és a játéktér környezetének összehangolt kialakításával érték el. Bár az ókori görög színházak egy része máig fennmaradt, azok mai, romos állapota miatt kevésbé ismert, hogy eredetileg a nyitott kúp alakú nézőteret (görögül: *theatron*-t) bezáró oldalon is állt kezdetben egy sátor (=szkéné), majd szilárd kőépítmény, amely a színházat és a színészeket kiszolgáló helyiségek elhelyezésén kívül a hangterelést is szol-

gálta (1. ábra). A hangellátást a szkéné előtti nagy, ke-rek sík felület, a táncosok számára készült *orkhesztra* is javította – a szó azt jelenti: ahol táncolnak –, sőt a színészek maszkjainak (=perszóna) is volt akusztikai funkciója a szájnyílás körül kialakított tölcészerű bemélyedés révén (2. ábra). (A görög színházak akusztikájáról részletesebben lásd [1].)

A görögök akusztikai tapasztalatait a rómaiak is kamatoztatták, de lényegesen nem fejlesztették tovább, a középkorban viszont többé-kevésbé feledésbe merült a hangok tudománya. A klasszikus fizika 18-19. századi kiteljesedése [4] hozta meg a hangtanban is az új eredményeket. A húrok, lemezek rezgései és önrezgései, a hullámterjedés és -visszaverődés tapasztalati jelenségei és törvényszerűségei Huyghens, Chladni és mások munkái alapján mindannyiunk számára ismerősek középiskolai tankönyveinkből, a hanghullámok tudományos leírását pedig olyan jelentős tudósok alkották meg,

1. ábra

Az athéni Dionüszosz-színház egy XIX. századi szerző feltételezése alapján (forrás: Pierers Konversationslexikon, Deutsche Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1891.) és napjainkban





2. ábra Tragikus és komikus színházi maszk
Hadrianus császár villájának mozaikján

mint Euler, Lagrange és d'Alembert. A tudományos vizsgálatokon és felismeréseken alapuló, tudatos akusztikai tervezés ennek ellenére csak a 20. században vette kezdetét, elsősorban W.C. Sabine munkássága nyomán [5].

Sabine a Harvard egyetem fiatal fizikusaként 1895-ben kapott megbízást, hogy próbáljon megoldást keresni egy előadóterem problémájára, ahol a hallgatóság rendszeresen panaszkodott a nem megfelelő beszédérthetőségre. Orgonasíppokkal és zsebórával végzett kísérletei alapján, 1898-ban jutott el a modern teremakusztika tudományát megalapozó

$$T = 0,16 \frac{V}{A\alpha} \quad (1)$$

formulához, ami a terem V térfogatából és a benne elhelyezett $A\alpha$ hangelnyelés mértékéből kiszámíthatóvá tette a T utózungési időt: azt az időtartamot, amennyi idő alatt a teremben felhalmozott hangenergia milliomodré-szére csökken. Eredményeit hamarosan a gyakorlatban is kamatoztathatta: az ő tervei alapján készült el az új Boston Music Hall, amit 1900. október 15-én avattak fel és tervezője számára kiemelkedő sikert hozott. A *teremakusztika* témaköre ettől kezdve különböző intenzitású, de folyamatos fejlődést mutat napjainkig.

A *műszaki akusztika* fejlődésének fontos részterületei a telefóniához, később a rádiótechnikához és a hangrögzítéshez kötődtek. Amíg a beszédátvitelt célzó telefóniában ma is megelégszünk egy viszonylag keskeny sáv szélességgel és kielégítő beszédérthetőségi paraméterekkel, a műsorszórás – és különösen a hangrögzítés – a hanganyagok felvételét és visszajátszását végző eszközökkel, összefoglaló néven az *elektroakusztikai eszközökkel és rendszerekkel* szemben egyre magasabb követelményeket támaszt. A mind újabb digitális készülékek egyre magasabb minőségi igényeknek megfelelő elektroakusztikai átalakítók alkalmazását teszik – tennék – szükségessé, melyek kifejlesztése gondos akusztikai tervezés nélkül elképzelhetetlen.

A műszaki akusztika egyik legújabb ágát: a *zaj- és rezgéscsökkentést* az ipar – különösen a járműipar –, valamint a közlekedés 2. világháború utáni robbanássze-

rű fejlődése hívta életre [8]. A közúti és légi járművek száma napjainkban is folyamatosan növekszik, a nemzetközi szervezetek ezért egyre szigorúbb zajhatárértékeket írnak elő. A forgalom emelkedésével a közlekedési hálózat viszont gyakran nem tud lépést tartani: egy adott úthálózat (lakóterület) esetében a forgalomnagyság már nem növelhető, ezért újabb és újabb utakon (légitályosókon) jelenik meg a forgalom. Ennek eredményeként egyre nagyobb területeket terhel a továbbra is növekvő zaj és rezgés, amit a legkorszerűbb módszerekkel végzett járműipari fejlesztés és optimális közlekedéstervezés sem tud ellensúlyozni.

Végül itt kell megemlítenünk a lakóépületek minőségét jelentősen befolyásoló hangszigetelések témakörét, amivel az *épületakusztika* foglalkozik. A régi típusú téglalapú épületeket felváltó, vasbetonvázaz, paneles vagy könnyűszerkezetes épületekben összetett hang- és rezgésterjedési jelenségek lépnek fel, melyeket egymástól távoli épületrészek között is kialakulni képes, viszonylag kis csillapítású energiaátvitel (azaz a nem kielégítő hangszigetelés okozta áthallás) jellemez. A korszerű épületszerkezetekben minden egyes funkcióra külön szerkezeti elemek, illetve rétegek szolgálnak; az épületakusztikai tervezés célja ezek összehangolása és a hangenergia terjedésének lehetőség szerinti minimalizálása [6,7].

2. Az akusztikai tervezés alapjai

Az akusztikai rendszerekben lezajló folyamatok a hullám-tani jelenségek csoportjába tartoznak, tehát alapjában véve hullámterjedési, -visszaverődési és -elhajlási jelenségeket kell leírunk, elemeznünk és a tervezés céljainak megfelelően befolyásolnunk. A nehézséget az okozza, hogy a gyakorlat szempontjából releváns – levegőben terjedő, és az emberi fül által érzékelhető – hanghullámok hullámhosszai (17 mm–17 m) összemérhetőek a körülöttünk levő tárgyak jellemző méreteivel és a hallástartomány relatív sáv szélessége igen nagy. (A 20 Hz–20 kHz közötti tartomány sáv szélességének a geometriai sáv közép frekvenciájához viszonyított értéke 32, ami például egy AM rádió relatív sáv szélességének még akkor is körülbelül kétszerese, ha a hosszú-, közép- és rövidhullámú sávokat együttesen tekintjük, nem is beszélve az FM rádiók, a televíziókészülékek és a mobiltelefonok relatív sáv szélességéről.)

További bonyodalmakat jelent, hogy kevés akusztikai rendszer működésének pontos megértéséhez elegendő, ha kizárólag a levegőben terjedő hangokat vesszük figyelembe. Legyen szó akár mikrofonokról és hangszórókról, akár hangszerekről, belsőégésű motorokról vagy az utcán elhaladó villamos zajáról és rezgéséről, a léghangokon kívül mindig figyelembe kell vennünk a levegőben terjedő hanghullámok és a szilárd testekben kialakuló, keletkező és terjedő rezgések közötti kölcsönhatásokat is. Az akusztikai jelenségek komplexitása következtében a gyakorlati feladatok megoldása során legtöbbször erős közelítésekkel élünk és a vizsgált rendszer működésében szerepet játszó jelenségek közül igyek-

szünk a legjellemzőbbeket kiragadni és számításba venni. Kellően nagyfokú egyszerűsítés és absztrakció esetén általában módunk van arra, hogy a rendszert leíró főbb paraméterek kapcsolatait zárt alakban adjuk meg, ami a műszaki gyakorlatban szokásos direkt szintézis alapja. Amennyiben azonban a valóságot jobban közelítő modellt kívánunk alkalmazni, rendszerint csak arra van lehetőségünk, hogy valamilyen előre feltételezett szerkezeten vagy rendszeren analízist végezzünk és a rendszer paramétereinek célszerű változtatásával, valamint ismételt analízisekkel közelítsük meg az elérti kívánt jellemzőket.

A következő fejezetben ezeket a módszereket tárgyaljuk: az egyszerűsítésekkel származtatott analitikus modelleket a 3.1., a pontosabb eredményeket szolgáltatató, modern eljárásokat pedig a 3.2-3.5. szakaszokban.

3. Akusztikai rendszerek számítási módszerei

3.1. Analitikus akusztikai modellek

A hangteret leíró alapvető összefüggés az inhomogén skaláris hullámegyenlet, melynek legáltalánosabb alakja

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

- ahol p a tértől (r) és időtől (t) függő hangnyomás,
- c a hangsebesség levegőben,
- ρ_0 a levegő nyugalmi sűrűsége,
- q a hangot keltő forrás térfogatsebességének térbeli eloszlása egységnyi térfogatra vonatkoztatva és
- ∇ a nabla operátor.

A gyakran Kirchhoff-Helmholtz egyenletnek is nevezett hullámegyenlet lehető legegyszerűbb megoldása érdekében korlátozó feltételezéseket tehetünk, így elemi, egyszerű megoldásokhoz, azaz a vizsgálni kívánt

rendszer könnyen kezelhető akusztikai modelljeihez juthatunk. (Néhány, a gyakorlatban gyakran alkalmazott modellel a 3. ábrán szemléltetünk.)

Az egyik legerősebb egyszerűsítő feltételezés az, hogy a hangtér változását csak egy térbeli koordináta (leggyakrabban a Descartes-féle koordinátarendszer x tengelye) mentén vizsgáljuk (3/a. ábra). Ilyenkor egyszerű síkhullámú hangteret kapunk megoldásul, ami valójában soha nem létezik, mégis gyakran kielégítő pontosságú megoldást szolgáltat. Ha a hullámegyenletet gömbi koordinátarendszerben írjuk fel, gömbhullámok formájában kapjuk meg a megoldást, ami jó közelítése a szabad térben elhelyezkedő viszonylag kis hangsugárzóknak (3/b. ábra), különösen, ha a valóságos sugárzók iránykarakterisztikáját (azaz a tér ϑ - és φ -függését) is számításba vesszük.

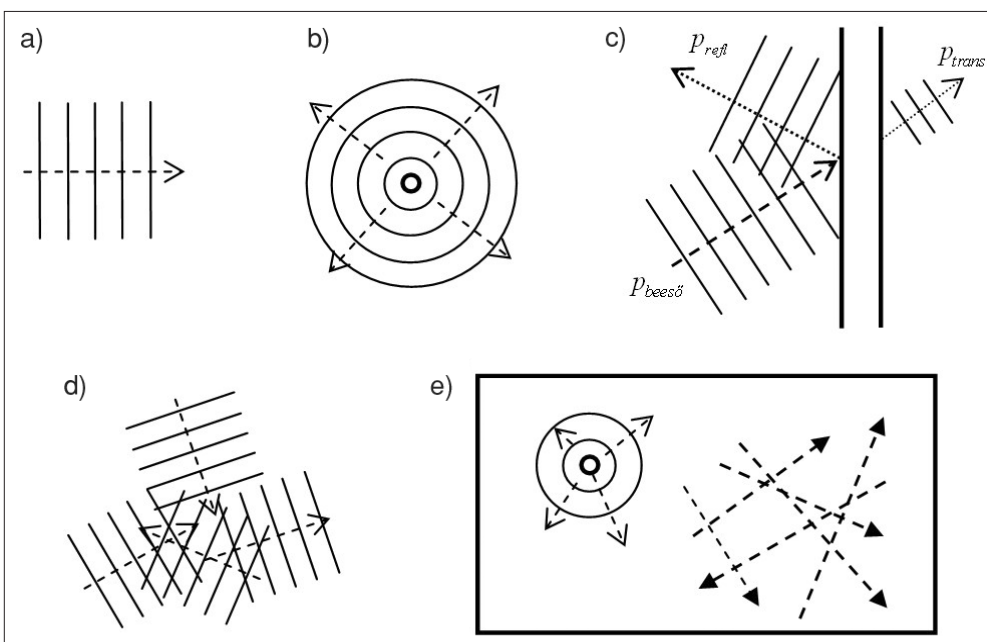
Ezzel a két alapvető hullámmal már sok gyakorlati feladat megoldható. Példaként egy d vastagságú, ismert Z_a akusztikai impedanciával bíró falra Θ szög alatt beeső síkhullámú hangteret feltételezve (3/c. ábra) megkapható a falról reflektált, illetve a fal túloldalán megjelenő síkhullám amplitúdója:

$$P_{refl} = P_{beeső} \frac{Z_a \cos \Theta - \rho_0 c \cos \Theta}{Z_a \cos \Theta + \rho_0 c \cos \Theta} \quad (3)$$

$$\frac{P_{beeső}^2}{P_{trans}^2} = \cos^2 k_0 d + \frac{1}{4} \left(\frac{\rho_0 c}{Z_a} + \frac{Z_a}{\rho_0 c} \right) \sin^2 k_0 d \cong 1 + \left(\frac{\omega m''}{2 \rho_0 c} \right)^2$$

ahol $P_{trans} \cong P_{beeső} \frac{2 \rho_0 c}{\omega m''}$ (4/a, b)

A (3) egyenlet a teremakusztikában bír nagy jelentőséggel, ahol is a kívánt hangtér létrehozásához a terem geometriája mellett elsősorban a falakról visszaverődő (vagy más szemszögből nézve a falakon elnyelődő) hangenergia arányát kell alkalmasan megválasztani. A (4) egyenlet a zajcsökkentés és az épületakusztika egyik



3. ábra
Egyszerű modellek a hangterek analitikus meghatározásához:
 a) ideális síkhullám,
 b) pontforrás szabad térben,
 c) véges vastagságú falra eső ideális síkhullám,
 d) ideálisan diffúz tér,
 e) pontforrás zárt térben.
 A hullámfrontokat vékony folytonos vonalak, az energiaáramlás irányát szaggatott nyilak jelölik.

igen gyakran alkalmazott összefüggése, amivel a terek, illetve a helyiségek közötti megfelelő hanggátlás tervezhető.

A szabad hangtér és a hangvisszaverődés együttes figyelembevétele a legtöbb akusztikai tervezési feladatnál fontos lehet. Ehhez azt a további egyszerűsítő feltételezést kell tennünk, hogy a hangtér diffúz (3/d. ábra). A hangtér diffúzitásának meghatározása nem triviális, ezért különféle szerzők gyakran meglehetősen eltérő módon határozzák meg az diffúz hangtér fogalmát. Nagyjából általánosan elfogadott álláspont szerint [10] akkor beszélhetünk ideálisan diffúz térről,

- ha a térben és a teret határoló felületekre beeső energiaáramlás irányának valószínűsége minden irányban egyenlő, vagy
- ha a kinetikus és potenciális energiasűrűség összege a hangtér minden pontjában egyenlő.

Ezen feltételezések alapján levezethető, hogy ha a térbe egy W hangteljesítményű, $D(\vartheta, \varphi)$ irányítottságú hangforrást helyezünk (3/e. ábra), a forrástól r távolságban levő, egyébiránt tetszőleges pontban kialakuló hangnyomást a

$$p(r) = \sqrt{W \rho c \left(\frac{D(\vartheta, \rho)}{4\pi r^2} + \frac{4}{A\alpha} \right)} \quad (5)$$

egyenlet adja meg. Az összeg első tagja azt a térrészt írja le, ahol a közvetlenül kisugárzott hangenergia a mértékadó, míg a második tag a diffúz visszaverődések által determinált hangteret. Az összefüggés alkalmazásával adott hangforrások és teremjellemzők esetén számíthatók a várható hangnyomások, vagy megfordítva: adott hangnyomáshoz meghatározható a szükséges hangteljesítmény, esetleg a teremben elhelyezhető/elhelyezendő hangelnyelés mértéke. Mindkét feladat igen gyakori, legyen szó egy hangosító rendszer elhelyezéséről, a terem akusztikai kialakításáról vagy egy zajos ipari csarnok falain elhelyezendő hangelnyelő anyagok mennyiségéről.

Amennyiben a hullámterjedés nem a tér tetszőleges irányában, hanem különböző méretű hullámvezetők meghatározta, kitüntetett irányban zajlik és bizonyos további egyszerűsítő feltételezések is megtehetőek, az egyes hullámvezető szakaszokat egyszerű helyettesítő elemekkel lehet modellezni. Ilyen módon úgynevezett koncentrált paraméterű helyettesítő képeket kapunk, amelyben az egyes elemek és az azok állapotát leíró üzemi paraméterek az elektromos hálózatok elemeivel és jellemzőivel messzemenő analógiát mutatnak [11,12]. Az akusztikai rendszerek koncentrált paraméteres helyettesítő képeit a mechanikai rendszerekre is adaptálhatjuk. Az akusztikai, mechanikai és elektromos helyettesítő képek és az ezek közötti kapcsolatokat létrehozó átalakítók együttesen egy olyan konzisztens modellezési eszköztárt és metodikát adnak az akusztikus kezébe, melynek segítségével számos összetett elemzési és tervezési feladat (a híradástechnikai alkalmazások terén elsősorban az elektroakusztikai átalakítók leírása és tervezése) könnyen és elfogadható pontossággal megoldható. A Híradástechnikai Tanszék műszaki akusztikai oktató-

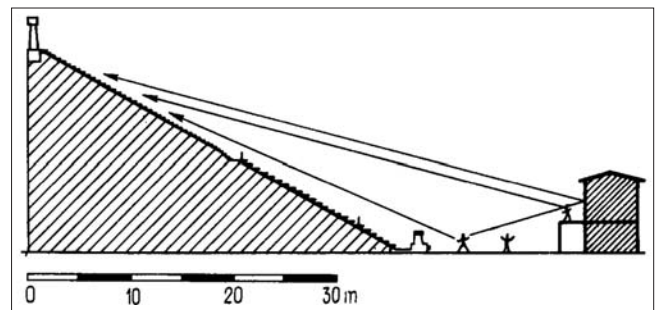
sa hosszú időn keresztül erre, a Barát Zoltán által kidolgozott és általa, valamint munkatársai és tanítványai által következetesen és sikeresen alkalmazott metodikára épült [12-15].

Az analitikus modellezés a műszaki akusztikában jelenleg is széles körben alkalmazott eszköztár, amely az ipari gyakorlat igényeit elfogadható pontossággal képes kielégíteni. Az egyes módszerek alkalmazási területe azonban mind térben, mind frekvenciatartományban korlátozott. A híradás- és hangtechnikai eszközök fejlődése, az energetikai kihívások, a környezettudatos szemlélet elterjedése és a gépekkel, járműveinkkel, épületeinkkel szemben támasztott egyre magasabb követelmények ellentmondásai azonban pontosabb és gyorsabb elemzési, tervezési módszereket igényelnek. A továbbiakban ezeket a módszereket tekintjük át.

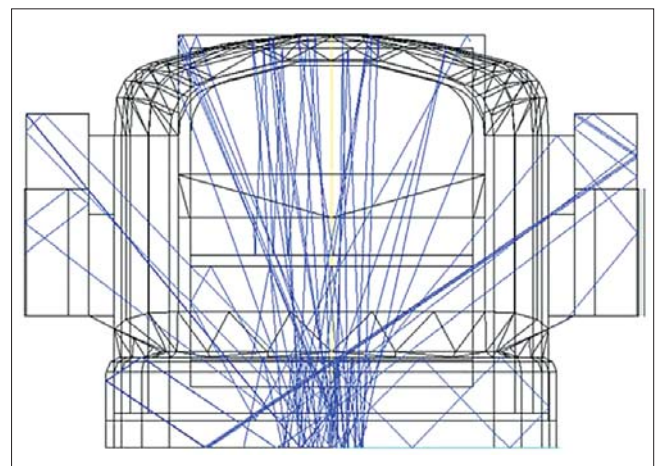
3.2. Az akusztikai sugárkövetés módszere

Amennyiben a vizsgálandó akusztikai rendszer jellemző méretei a hanghullámok hullámhosszánál jóval nagyobbak, a hangterjedés törvényszerűségei az optikából ismert geometriai visszaverődés törvényei alapján, egyenes vonal mentén haladó és visszaverődő hangsugarakkal közelíthetők. Egyszerűbb esetben a hangsugarak szerkesztése papíron-ceruzával is elvégezhető (4. ábra), nagyobb terek, bonyolultabb termek esetében azonban számítógépes sugárkövetési módszereket alkalmazunk (5. ábra).

4. ábra
Hangvisszaverődések a priénéi görög színház metszetrajzán [3]



5. ábra
Íves mennyezet alatt kialakuló potenciális csörgővisszhang elemzése számítógépes sugárkövetéssel



Kellően nagy számú hangsugár (illetve a pontosságot javító hangkúp vagy hanggúla) alkalmazása esetén az elemzés nemcsak az átlagos utózengezési időt, hanem a hangvisszaverődések idő- és térbeli struktúráját is szolgáltatni képes. Ezzel olyan eszközt kap a tervező a kezébe, mellyel a tervezett tér (általában zárt előadó- vagy hangversenyterem) akusztikai jellemzői még a tervezés fázisában meghatározhatók, sőt füllel is meghallgathatók. Az auralizációnak nevezett módszer lényege, hogy az időben egymás után beérkező számos visszhangból nyert echogramot a rendszerelméletből jól ismert impulzusválasszá alakítják. Egy visszhangmentes térben felvett, úgynevezett száraz hangfelvétel jelét az impulzusválasszal konvolválva olyan jelet kapunk, amit az adott forrás az impulzusválassz számítására kiválasztott pontban kelt majd a valóságban. Az elemzés tetszőleges forrásokra és tetszőleges számú megfigyelési pontra elvégezhető, így az akusztikai tervezés esetleges hibái idejekorán felismerhetők és korrigálhatók.

3.3. Numerikus elemzési módszerek

3.3.1. A numerikus módszerek elvi alapjai

A (2) egyenlet a matematikából jól ismert parciális differenciálegyenlet, melynek numerikus megoldására számos módszer létezik. Az egyik megközelítés szerint az általános Kirchhoff-Helmholtz egyenletet közelítő feltételezések alapján Rayleigh-egyenletre egyszerűsítjük, ezzel a probléma már zárt alakban megoldható [16]. A diszkrét közelítések egyik egyszerű, de bonyolult rendszereket is jól közelítő módja a véges differencia módszer [17]. Az akusztikai tervezés gyakorlatában azonban a végelem és peremelem módszer, illetve az ezek kombinált és többféle szempont alapján optimalizált változatai terjedtek el a legnagyobb mértékben.

A diszkrét numerikus módszerek alap gondolata az, hogy a vizsgálandó teret olyan, megfelelően kis méretű részekre bontjuk, amelyben a tér és idő szerinti változás egyszerű, általában lineáris függvényekkel közelíthető. Egy-egy ilyen részen (szokásos elnevezéssel: elem) belül a hangtérjellelmzők interpolációval kaphatók meg az elem csúcspontjain meghatározott értékekből. A csúcspontok összességére (szokásos elnevezéssel: a rácspontokra) vonatkozó megoldást a differenciálegyenlet integrálegyenletté való átalakítása és annak diszkrétizálása után adódó lineáris egyenletrendszer megoldása útján nyerjük.

Amennyiben a vizsgálandó probléma csak egy zárt térrészen belüli hangtér számítását igényli, az akusztikai végelem-módszer alkalmazható, melynek megoldandó egyenletrendszere

$$\left[\underline{K}_a - \omega^2 \underline{M}_a \right] \underline{p} = -j\omega\rho G \quad (6)$$

alakú, ahol

\underline{p} a rácspontokban kialakuló hangnyomások komplex amplitúdójának vektora,

$\underline{K}_a; \underline{M}_a$ az úgynevezett akusztikai merevség- és tömegmátrix,

\underline{G} az akusztikai gerjesztés oszlopvektora.

Az egyenletben szereplő mátrixok elemei frekvenciafüggetlen, kizárólag geometriai adatok által meghatározott valós számok, amelyek bizonyos szabályok betartása esetén nagyon könnyen kezelhető szalagmátrixokba rendezhetők. (6) megoldása ezért viszonylag könnyű és gyors, és eredményként mind a rendszer sajátfrekvenciái, mind pedig a gerjesztett válaszok számíthatók.

Amennyiben a hangtér kialakításában vagy módosításában feltételezhetőleg a hangtérrel kölcsönhatásba lépő mechanikai elemeknek is szerepük lehet, a mechanikai részrendszert önmagában a (6) egyenlettel tökéletesen analóg

$$\left[\underline{K}_s - \omega^2 \underline{M}_s \right] \underline{w} = \underline{F}_s \quad (7)$$

egyenlettel írhatjuk le, melyben most a megfelelő mechanikai merevség- és tömegmátrixok játszanak szerepet és a mechanikai gerjesztést az \underline{F}_s erővektor adja meg. Az eredő rendszer viselkedése ebben az esetben a két rendszer csatolását is magában foglaló

$$\left[\begin{array}{cc} \underline{K}_s & \underline{K}_c \\ \underline{0} & \underline{K}_a \end{array} \right] - \omega^2 \left[\begin{array}{cc} \underline{M}_s & \underline{0} \\ -\rho_0 \underline{K}_c^T & \underline{M}_a \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{w} \\ \underline{p} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \underline{F}_s \\ -j\omega\rho_0 \underline{G} \end{array} \right\} \quad (8)$$

egyenletrendszerből számítható.

A csatolást az egyenletben a \underline{K}_c csatolási mátrix képviseli, ami az egyenletben transzponált formában is megjelenik, de egy $-\rho_0$ konstanssal szorozva. Ez azt jelenti, hogy a csatolt, mechanikai és akusztikai részrendszert magában foglaló rezgésakusztikai rendszer leíró egyenletrendszere nem szimmetrikus.

Egy részletes elemzés [20] feltárta, hogy a szimmetria hiánya azonban nem jelenti egyúttal a reciprocitás sérülését is. A csatolt rezgésakusztikai rendszerek minden körülmények között reciprok viselkedésűek, ami első közelítésben azt jelenti, hogy a mechanikai rendszert annak i pontjában gerjesztve és a választ az akusztikai rendszer j pontjában vizsgálva ugyanazt a frekvenciaátvitelt tapasztalhatjuk, mint amikor a rendszert a j pontban akusztikai forrással gerjesztjük és az i pontban mérjük a mechanikai választ.

A reciprocitási összefüggés pontos matematikai alakja

$$\left. \frac{p_j}{f_i} \right|_{q=0} = - \left. \frac{\ddot{x}_i}{\dot{q}_j} \right|_{f=0} \quad (9)$$

ahol

x a vizsgált mechanikai pont kitérését és

q az akusztikai forrás térfogatsebességét jelöli.

Elvi fontossága mellett ennek az összefüggésnek komoly gyakorlati haszna is van: összetett rezgésakusztikai rendszerek kísérleti vizsgálatainál nagyon komoly idő- és munkamegtakarítás érhető el azáltal, hogy a rendszert könnyen áthelyezhető hangszórókkal gerjesztjük és a válaszokat gyorsulásérzékelővel mérjük ahelyett, hogy a vizsgálandó mechanikai pontokra rezgésgerjesztőket szerelnénk és a választ mérőmikrofonnal mérnénk.

A (6) vagy (8) egyenletrendszer ebben a formájában csak akkor használható a gyakorlatban, ha a vizsgált hangtér korlátos. Az akusztikai tervezési feladatok jelentős része azonban szabadba sugárzó források elemzését igényli, ami végtelen méretű mátrixokra vezetne.

A probléma megoldására a peremelem-módszer ad lehetőséget, melynél a (2) egyenletet más úton átalakítva az

$$\underline{A} \underline{p} = j \rho_0 \omega \underline{B} \underline{v} \quad (10)$$

egyenlethez jutunk, ahol

\underline{p} és \underline{v} a forrás felületének rácspontjaiban uralkodó rezgések és az ezek hatására kialakuló felületi hangnyomások vektora,

\underline{A} és \underline{B} pedig pusztán geometriai adatok alapján meghatározott, frekvenciafüggő, sűrű mátrix.

Az egyenletrendszer megoldása ezért sokkal időigényesebb és nem alkalmas sajátfrekvenciák meghatározására; nagy előnye viszont, hogy a teljes hangtér térbeli, háromdimenziós diszkretizálása helyett elegendő a hangforrás felületén egy kétdimenziós rácsot generálni.

Mind a végeselem-, mind a peremelem-módszerek számos alfaja ismeretes, melyekkel az egyes módszerek hátrányai többé-kevésbé kiküszöbölhetők, a számítások gyorsíthatók és/vagy az alkalmazási területek bővíthetők. A peremelem-módszer részletesebb kifejtése és a hangforrások azonosítására különösen alkalmas inverz peremelem-technika ismertetése [21]-ben és Márki Ferenc PhD értekezésében [22] található meg. A peremelem-módszer talajrezgésekre való adaptációját, a talajjal kölcsönhatásba kerülő műtárgyak és építmények csatolt rezgéseit és az eredő hangkeltést Fiala Péter tárgyalta részletesen doktori értekezésében [23].

4. Kísérleti technikák, mérési módszerek a modern akusztikai tervezésben

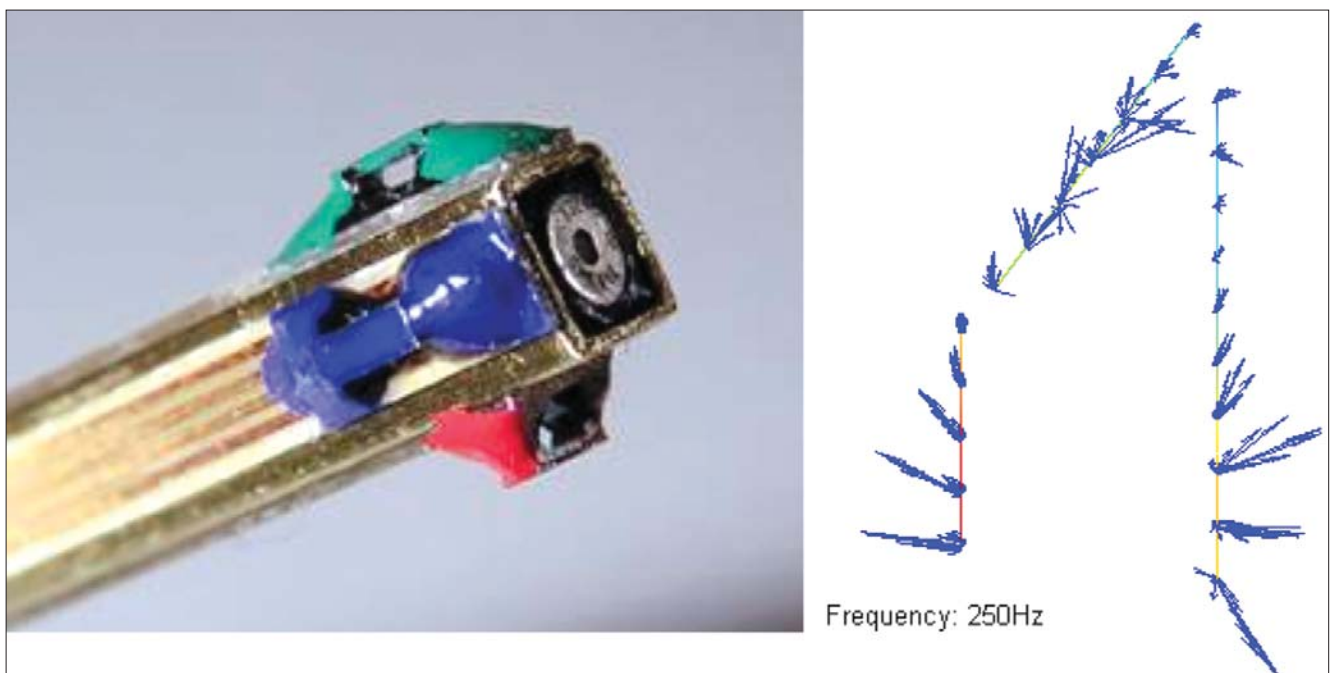
A műszaki akusztika története során mindig is erősen támaszkodott a méréssel megszerezhető adatokra és ismeretekre, ezek mellett pedig mindmáig főként a 3.1.

szakaszban ismertetett egyszerű analitikus modelleket alkalmazta. A modern szimulációs technikák előretörése változtatott ugyan a mérések és számítások arányán az utóbbiak javára, a mérések azonban továbbra sem nélkülözhetők az akusztikai tervezés gyakorlatában. Az is kétségtelen, hogy a digitális módszerek és a számítástechnika fejlődése az akusztikai és a rezgésmérés-technikát is jelentősen átalakította, így műszereink jelentős része ma már tulajdonképpen nem más, mint érzékelőkkel, jelkondicionáló egységekkel és célirányos kijelzőkkel ellátott számítógép. Az alábbiakban ezért csak egy újfajta akusztikai érzékelőt és két hasznos, de hazánkban méltatlanul ritkán alkalmazott rezgéselemzési módszert ismertetünk.

Az akusztikai jelenségek tárgyalásánál eddig mindig a hangnyomást tekintettük üzemi paraméternek, holott a hangjelenségek leírásánál a részecskesebességnek és a kettő viszonyából származtatott akusztikai impedanciáknak is fontos szerepük van [9, 11]. Ennek az egyoldalúságnak az emberi fül hangnyomás-érzékenysége mellett az is oka, hogy hosszú ideig nem rendelkezünk olyan, kellően robusztus akusztikai érzékelővel, amellyel a részecskesebesség megfelelő érzékenységgel és kielégítő frekvenciatartományban mérhető lenne. Egy újfajta érzékelő, egy holland kutatócsoport által kifejlesztett és ma már nagy sorozatban gyártott műszer azonban jelentősen módosított ezen az egyoldalúságon [24].

A *Microflown* márkanéven forgalmazott érzékelő tulajdonképpen egy rendkívül érzékeny hődrótos anemométer. Ha nagyon vékony platinaszálon igen stabil áramgenerátor segítségével konstans áramot folytatunk keresztül, a huzal két vége között nyugvó levegőben a huzal ellenállásának megfelelő konstans feszültség ébred. Ha a huzalt valamely véges sebességgel mozgó levegő-

6. ábra a) Mikroflown USP típusú kombinált hangnyomás- és háromdimenziós részecskesebesség-érzékelő szonda
b) a szonda segítségével egy DLP technológiával működő televíziókészülék körül felvett hangintenzitás-térkép



áramba helyezzük, akkor lehül és ellenállása megváltozik, ami a feszültség változását hozza magával. Megfelelően kis méretek és alkalmas kialakítás esetén az ellenállásváltozás a statikus légáram mellett a hanghullám dinamikusan változó részecskesebességének mérésére is alkalmas feszültségváltozást indukál.

Az újfajta érzékelőről a közelmúltban jelent meg egy cikksorozat [26], ezért ezen a helyen csak egy háromdimenziós szonda fényképét és az annak segítségével az 5.1. szakaszban tárgyalt televíziókészülék közelében felvett intenzitástérképet mutatjuk be.

A rezgésakusztikai rendszerek külső gerjesztésre adott válaszait működési frekvenciatartományuk jelentős részében a rendszer sajátrezgéseinek súlyozott összegéből határozhatjuk meg. (Amennyiben az adott frekvenciasávba nagyon sok sajátrezgés esik, ez a modális megközelítés már nem alkalmazható; ilyenkor más, statisztikus üzemi jellemzőket kell választanunk.) A 3.3.1. szakaszban tárgyalt alapegyenletek közül a (6), (7) és (8) egyenlet úgy alkalmazható egy akusztikai, mechanikai vagy csatolt rendszer sajátfrekvenciáinak számításával történő meghatározására, hogy az egyenletek jobb oldalát nullavektorral helyettesítjük és a kapott mátrixegyenletből meghatározzuk a sajátfrekvenciákat és a sajátvektorokat. A numerikus technikák mai fejlettsége, mindenekelőtt azonban az anyagjellemzőkre és egyéb peremfeltételekre vonatkozó adatok bizonytalansága miatt azonban feltétlenül szükség van a számítások mérésekkel történő ellenőrzésére.

Az alábbiakban a (7) egyenlet alapján, mechanikai rendszerekre mutatjuk be a kísérleti móduselemzés alap gondolatát. Vonjuk össze az egyenlet bal oldalát egy \underline{B} -vel jelölt rendszer mátrixba, ami ilyenkor szükségszerűen frekvenciafüggő:

$$\underline{B}(\omega)\underline{w} = \underline{F} \quad (11)$$

Az egyenletet a rendszer mátrix inverzével balról megszorozva a

$$\underline{H}(\omega)\underline{F} = \underline{w} \quad (12)$$

egyenletet kapjuk, aminek igen szemléletes tartalmat adhatunk: a \underline{H} frekvenciaátviteli mátrixot a rendszer rácspontjaiban gerjesztő külső erők vektorával megszorozva a rácspontok kitérése kapható meg. A frekvenciaátviteli függvényt viszonylag könnyű mérni: mérőkalapáccsal vagy erőmérő cellával meghatározhatók a gerjesztő erők, a válaszjel pedig a gyorsulásérzékelők jeléből származtatható.

A móduselemzéssel foglalkozó, bő szakirodalomból (pl. [25]) ismert, hogy nem szükséges a teljes frekvenciaátviteli mátrix minden vektorát kimérni; elvben (és a gyakorlatban is) elegendő, ha a rendszert csak egy pontban gerjesztjük és a választ mérjük végig minden pontján, vagy fordítva: egyetlen válaszjelből és a minden ponton elvégzett erőgerjesztésből regenerálható a teljes frekvenciaátviteli mátrix, így meghatározhatók a sajátfrekvenciák és módusalakok.

A módszer – *mutatis mutandis* – akusztikai rendszerekre és csatolt rezgésakusztikai rendszerekre is kiterjeszhető, amivel meglehetősen bonyolult, összetett rend-

szerek viselkedése is meghatározható mind kvalitatív, mind kvantitatív értelemben.

A frekvenciaátviteli mátrix mérése a sajátfrekvenciák extrakciója nélkül is jól használható eredményeket szolgáltat. Ha egy összetett rendszer pontjainak rezgését vagy hangját egy alkalmasan választott referencia ponthoz viszonyítva fázis- és amplitúdóhelyesen mérjük és a mért jelet Fourier-transzformációnak vetjük alá, akkor tetszőleges frekvenciákon pontosan megadhatjuk a rendszer mért pontjainak egymáshoz viszonyított mozgását, viselkedését. Ha a mérés eredményeit egy megfelelően leegyszerűsített geometrián grafikusan is ábrázoljuk, nagyon szemléletes ábrázolást kapunk, amiből hasznos következtetéseket vonhatunk le a vizsgált rendszer működési mechanizmusaira vonatkozóan. Az így kapott ábrákat az angol szakirodalomban ODS-ként jelölik (Operational Deflection Shapes); mi a saját gyakorlatunkban az üzemi rezgésállapot diagram kifejezést használjuk. Az 5.1. szakaszban egy ipari feladat kapcsán részletesen ismertetjük a módszer alkalmazását.

Amint a fejezet elején utaltunk rá, a korszerű akusztikai számítás- és mérés technika eszköztára gyorsan közelít egymáshoz. Érdemes megemlíteni, hogy az akusztikai mérés technika és a digitális hangtechnika viszonylatában is hasonló konvergencia figyelhető meg. A hangtechnikai eszközök piaci kereslete nagyságrendekkel nagyobb, mint amekkora igény akusztikai mérőberendezések iránt mutatkozik, ezért a műszaki fejlődés abban a szegmensben gyorsabb és az árakban is jelentős átrendeződés figyelhető meg. A nagyteljesítményű, sokcsatornás mérőberendezések körében a 90-s években még egyeduralkodók voltak a drága, sokcsatornás mérésadatgyűjtőkkel összekapcsolt mainframe számítógépek vagy UNIX operációs rendszert futtató asztali munkaállomások. Ezeket mára mindenhol kiváltották a személyi számítógépeken, Windows alatt futó programok, amelyek olcsóbb mérésadatgyűjtőkkel, vagy újabban professzionális, broadcast minőségű hangkártyákkal kommunikálnak.

A hangtechnikai eszközök minőségi paraméterei: dinamikája, zavarérzékenysége is meghaladja a jelfeldolgozást végző akusztikai mérőeszközök tipikus jellemzőit. Az akusztikai mérés technika fejlődésének iránya ezért ma elsősorban az érzékelők fejlesztése felé mutat. Részben gyártói érdekek, részben felhasználó igények miatt egyre nő a mérőrendszerek csatornaszáma, ezért megjelentek a TEDS (Transducer Electronic Data Sheet) technológiát alkalmazó érzékelők – amelyek a mérésadatgyűjtő által lekérdezhető digitális formátumban tárolják saját hitelesítési és azonosítási adataikat –, és terjednek a kábelezést nem igénylő érzékelők is. A jelfeldolgozó kapacitás egy részét a DSP kártyákon implementálják és az adatfeldolgozás – főként kutatói környezetben – egyre többször nem drága célszoftverek, hanem modulárisan fejleszthető programcsomagok (pl. Labview) alkalmazásával, vagy univerzálisan programozható programnyelven (pl. MATLAB vagy Mathematica) történik.

5. Az akusztikai tervezés megalapozása részletes mérésekkel és szimulációs vizsgálatokkal

Cikkünkben példaként két olyan zajcsökkentési feladatot ismertetünk, melynek megoldásához a kísérleti és szimulációs módszerek viszonylag széles skáláját kellett alkalmaznunk a probléma feltárásához és a sikeres megoldások kimunkálásához.

5.1. Egy DLP típusú televíziókészülék zajforráselemzése

A DLP (Digital Light Processing) technológiát alkalmazó kivetítők és televíziókészülékek pixelenként egy-egy mikrotüköröt tartalmaznak, melyet digitális vezérléssel két végállapot között billegtetnek. (A mikrotükör egyik állásában az optikai lencserendszerre, másik vég helyzetében pedig egy fénynyelőre vetíti a fénysugarat, így a vezérlés kitöltési tényezőjével lehet a változó világosságjelet előállítani.) A vizsgált készüléktípus emellett egy simakép modulnak (SM) nevezett, 50 Hz-es frekvenciával rezgő üveglemezt (ami a nagyméretű képernyő pixeles képét simítva javítja a képminőséget), valamint további forgó alkatrészeket: a színes kép előállításához szükséges színtárcsát és annak meghajtó elemeit is tartalmazta. Ezek a mozgó elemek rezgésbe hozták az optikai egységet, amelynek rögzítésén keresztül a készülék háza is rezgésbe jött és zavaró, bűgő hangot keltett. A gyártó azzal bízta meg tanszékünket, hogy tárjuk fel a zajkeltés okait és javasoljunk rezgés csökkentési megoldásokat.

Az elemzés során több, kiemelkedően csendes, illetve zajos készüléken végeztünk összehasonlító vizsgálatokat: a rezgő tükör mozgatását végző elektromos jelen és a 7. ábra „drótmodelljének” sarokpontjaiban mért rezgés gyorsulás jelen frekvenciaelemzéseket hajtottunk végre; a rezgésekből és geometriai adatokból üzemi rezgésállapot diagramokat készítettünk; a komplett optikai egységen szerkezeti móduselemzést hajtottunk végre; végül a 6. ábrán már bemutatott intenzitásmérő szondával feltártuk a lesugárzás térbeli eloszlását is.

A vizsgálatok alapján a következő megállapításokat tettük:

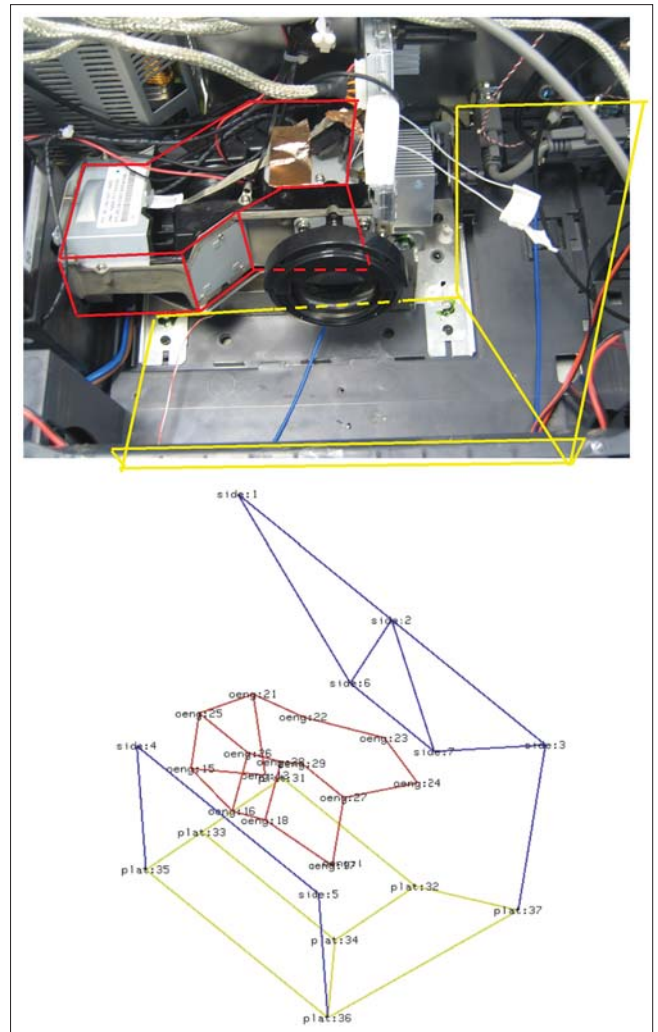
- Mind a SM elektromos jelében, mind a rezgésekben az 50 és 150 Hz-es összetevők dominálnak.
- A kiemelkedően csendes, illetve feltűnően zajos készülékek elektromos jelében nincsen számottevő különbség, a rezgésekben viszont igen, így a zajosság oka a rendszer mechanikai kialakításában keresendő.
- Az optikai egység viselkedésében több saját-frekvencia is kimutatható, ezek azonban eltérnek a gerjesztés domináns frekvenciaösszetevőitől. A zajjelenség oka eszerint nem rezonancia, hanem gerjesztett rezgés.
- A rezgésállapot diagramok és a lesugárzás jellemzőinek összevetéséből megállapítható volt, hogy az optikai egység minimális mértékű rezgés-csillapítással, túlságosan kis merevségű pontokon van a készülék házához rögzítve, a rezgések ezért

szinte csillapítás nélkül kikerülnek a készülék házára. A létrejövő hajlító rezgések energiája viszonylag jó hatásfokkal, akusztikai energia formájában sugárzódik ki a környezetbe.

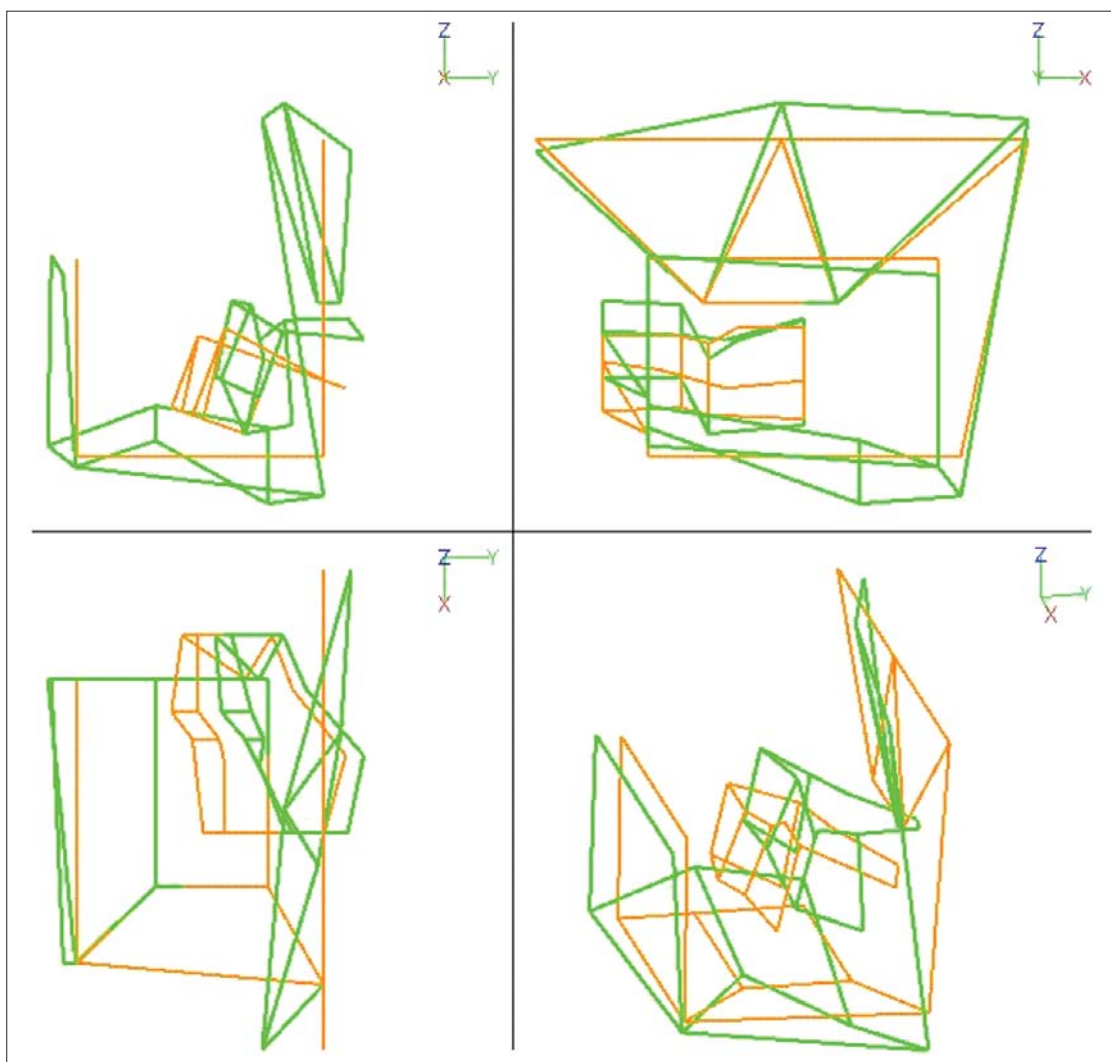
A vizsgálatok következtetése alapján a zajcsökkentés leghatásosabb módja a rögzítések rezgésátvitelének csökkentése lehet a készülék háza merevségének növelésével és rugalmas elemek beiktatásával. A kísérleti mintapéldányon a rendelkezésünkre álló egyszerű szerszámokkal és közönséges anyagokkal 5 és 17 dB közötti csillapítás-növekedést sikerült elérnünk, bár a készülék háza néhány pontján nem csökkentek, hanem kis mértékben még nőtték is a rezgésértékek. A kísérlet azonban jól mutatta, hogy tudatos, kellően megalapozott és korrekt módon technológizált szerkezeti módosításokkal jelentős zajcsökkentés érhető el.

Megemlítjük, hogy több más híradástechnikai készülékkel is hasonló tapasztalatokat szereztünk. Az elektronikus szempontból jó minőségben megvalósított készülékek egy részénél a transzformátorok, tápegységek és hűtőventilátorok a nem optimális vagy egyértelműen hibás beépítés és rögzítés következtében sajnos sok esetben zavaró zajforrásokká válhatnak.

7. ábra
Egy DLP technológiával működő televíziókészülék optikai egysége és annak „drótmodellje”



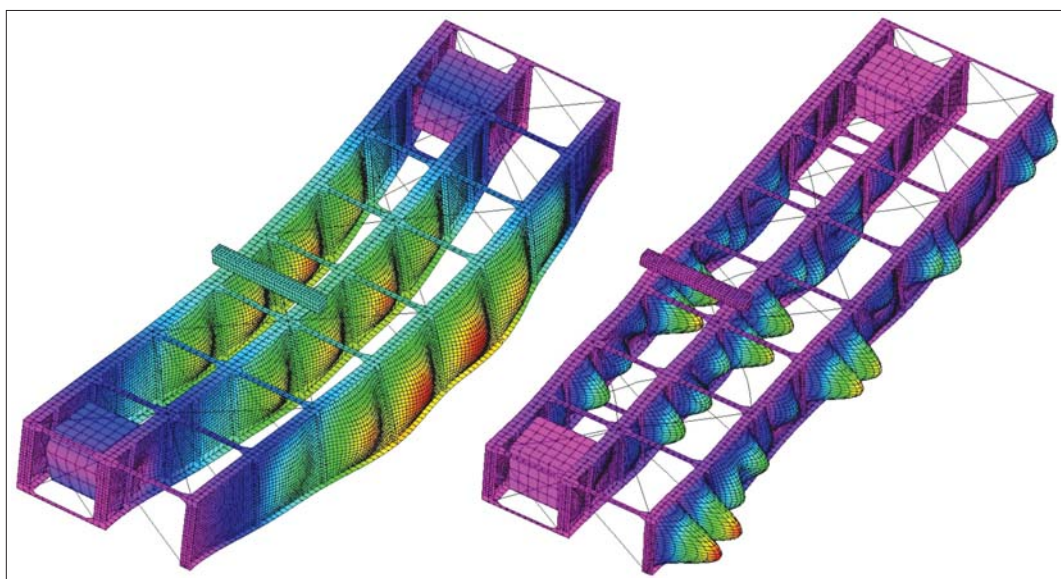
8. ábra
A vizsgált
televíziókészülék
optikai
egységének
üzemi
rezgésállapot-
diagramja



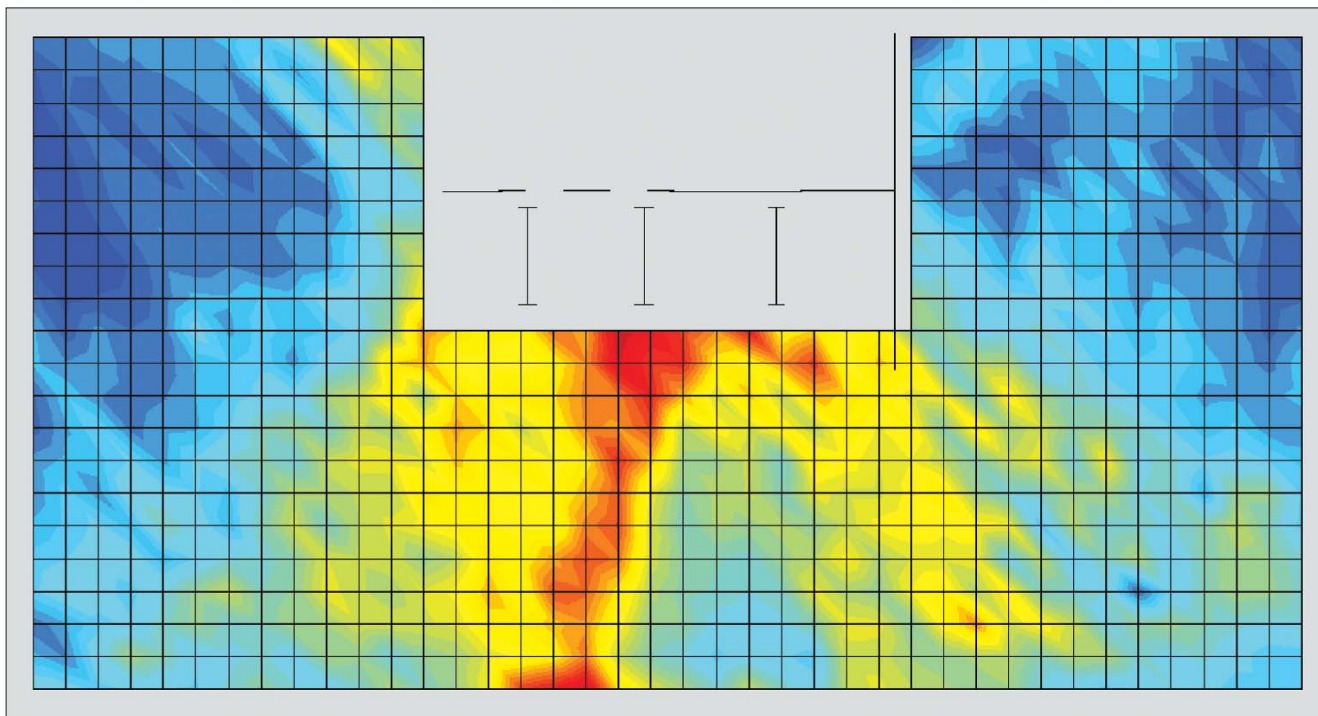
5.2. A Déli vasúti híd zajcsökkentése

A budapesti Déli vasúti híd közel száz éves műtárgy: klasszikus szerkezetű vasúti híd, vágányonként három széles gerinclemez acélgerendával, melyeken a 25x15 cm keresztmetszetű tölgy hídfák behajlása biztosítja a – századelőn még elegendőnek vélt – rezgéscsillapítást.

A hídfákon és mindkét vágány oldalán acél recéslemezekből épült járda húzódik. A híd 2001-2002-es felújítása során fogalmazódott meg annak igénye, hogy az új Nemzeti Színház (és a később megépített Művészetek Palotája) környezetében jelentősen csökkenjen a hídon áthaladó vasúti szerelvények zaja.



9. ábra
A Déli vasúti híd
főtartóinak numerikus
sajátrezgés-
szimulációja.
Balra: 12 Hz,
jobbra: 50 Hz-es
sajátrezgés.



10. ábra A híd kétdimenziós, statisztikus peremelem módszerrel számított hangtere.

A hídtestől lefelé balra és jobbra kb. 45 fokban jól megfigyelhető a főtartók és a járdalemezek lesugárzása, ami a hídtest alatt középen kialakuló, konstruktív interferencia révén hozza létre a legnagyobb hangnyomásszinteket.

A Közlekedéstudományi Intézet által vezetett kutatócsoport részeként részletes méréseket, majd szimulációs számításokat végeztünk a hídszerkezeten és megállapítottuk, hogy az eredő zajkeltésben közel egyenlő súllyal vesznek részt a tartószerkezet gerinclemezei és a járdát alkotó recéslemezek [27]. (A hídszerkezet két frekvencián megállapított és kísérletileg is igazolt sajátrezgését a 9. ábra, a rezgések alapján, peremelem módszerrel megállapított hanglesugárzást pedig a 10. ábra szemlélteti.)

A zajcsökkentés érdekében az lett volna az optimális megoldás, ha a hídfák és a főtartók közé elhelyezett rezgéscsillapító anyaggal lehetett volna csökkenteni a lesugárzásban részt vevő elemek gerjesztését. Pénzügyi és vasúti korrólátok miatt erre nem volt mód, ezért a hídfák helyükön maradtak és a sínleerősítések alá ke-

rültek gumi-parafa keverékből készült, kevlárral erősített rezgéscsillapító elemek (11. ábra).

A beavatkozás következtében elért zajcsökkentés 5-8 dBA, ami az új kulturális épületek jól tervezett szerkezeteivel együtt már elegendő a messze nem optimális helyen felépült, akusztikailag igényes létesítmények zavartalan működéséhez.

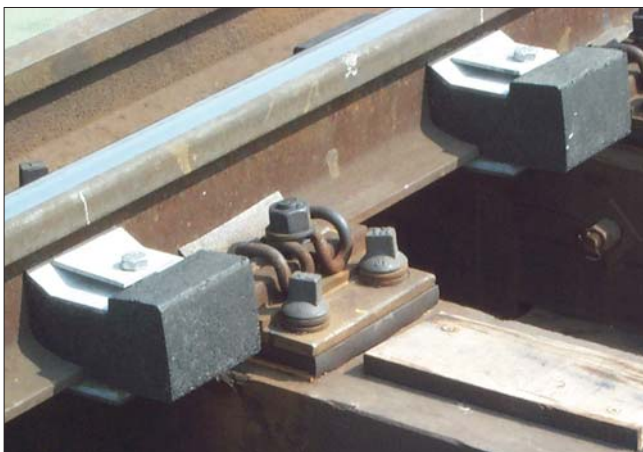
6. Összefoglalás

Cikkünkben a kezdetektől napjainkig áttekintettük az akusztikai tervezés legfőbb eszközeit és módszereit, valamint – a terjedelem szabta korlátok között – részleteiben is elemeztünk néhány, a közeljövőben reményeink szerint mind szélesebb körű alkalmazás előtt álló modellezési, szimulációs és kísérleti technikát.

Úgy véljük, hogy ezek az akusztikai tervezési feladatok egy részénél jelentősen gyorsíthatják a munkát és javíthatják a pontosságot. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy még a ma ismert legfejlettebb elemzési módszerek alkalmassága és pontossága is döntően függ a vizsgált szerkezetet vagy rendszert alkotó anyagok és részegységek jellemzőitől, azaz a hangelnyelési, rugalmassági és egyéb tulajdonságoktól, illetve az egyes részek összekapcsolásánál fellépő energiaátvitel módjára és mértékére vonatkozó adatok helyességétől. Az akusztikai tervezőknek ezért még sokáig nem lesz olyan eszköztár a kezükben, amellyel a felmerülő feladatok mindig rutinszerűen megoldhatók lennének, így a szakértelem, a sikereken és kudarcokon alapuló tapasztalat és az intuíció továbbra is fontos szerepet játszik majd tevékenységükben.

1. ábra

A vasúti hídon beépített rezgéscsillapító elemek



A szerzőkről

???????

Irodalom

- [1] Tarnóczy T.,
Teremakusztika – I. kötet: Visszhangok és utóhangs.
Akadémiai Kiadó, Budapest, 1986.
- [2] F.M. Colby,
Outlines of general history.
American Book Company, New York, 1899., p.124.
- [3] Tarnóczy T.,
Akusztikai tervezés.
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966., p.34.
- [4] Simonyi K.,
A fizika kultúrtörténete a kezdetektől 1990-ig.
4. átdolg. kiadás. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1998.
- [5] W.C. Sabine,
Collected Papers on Acoustics.
Peninsula Publishing, Los Altos.
(Az eredeti, 1922-ben a Harvard University Press
kiadónál megjelent kiadvány facsimile kiadása.)
- [6] P. Nagy J.,
A hangszigetelés elmélete és gyakorlata.
Akadémiai Kiadó, Budapest, 2004.
- [7] Reis F.,
Az épületakusztika alapjai.
Terc Kiadó, Budapest, 2008.
- [8] Szentmártony T.,
Zajtalanítás.
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.
- [9] L.L. Beranek,
Riding the waves. A life in sound, science and industry.
The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2008.
- [10] Schultz, T.J.,
Diffusion in reverberation rooms.
J. Sound Vib., Vol. 16, No.1, 1971, pp.17–28.
- [11] L.L. Beranek,
Acoustics.
American Institute of Physics, New York, 1988.
(Az 1954-es kiadás 3., változatlan utányomása.)
- [12] Barát Zoltán,
Műszaki akusztika (kézirat).
- [13] Horváthné Gembiczky E.,
Műszaki akusztika példatár.
Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.
- [14] Granát J., Horváthné Gembiczky E.,
Műszaki akusztika.
Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2002.
- [15] Angster J., Arató É.,
Akusztikai példatár.
Akadémiai Kiadó, Budapest, 1986.
- [16] Nagy A.B., Fiala P., Augusztinovicz F., Kotschy A.,
Prediction of radiated noise in enclosures using
a Rayleigh integral based technique.
In: CD Proc. of InterNoise 2004,
Prague, 22-25. August 2004, Paper 651.
- [17] Gulyás K.,
Finite difference modelling of a layered audio element.
InMAR Res. Report, Work Area 1.2, Budapest, 2007.
- [18] Nagy A.B., Kotschy A., Fürjes A., Augusztinovicz F.,
Computer Aided Acoustic Design at a Theatre
Reconstruction: Realities and Simulation Results.
In: CD Proc. of InterNoise 2000,
Nice, 27-30. August 2000.
- [19] Augusztinovicz F.,
Az akusztikai tervezés számítógépi módszerei (kézirat).
Budapest, 2001.
- [20] Wyckaert K., Augusztinovicz F., Sas P.,
Vibro-acoustical Modal Analysis:
Reciprocity, Model Symmetry, and Model Validity.
J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 100. No.5, 1996.
pp.3172–3181.
- [21] Augusztinovicz F., Tournour M.,
Reconstruction of source strength distribution by
inversing the Boundary Element Method.
In: O. von Estorff (ed.), Boundary elements in acoustics.
WIT Press, Southampton, 2000., Ch. 8, pp.243–284.
- [22] Márki F.,
Zajforrások azonosítása peremelem módszer alapokon.
PhD értekezés, Budapest, 2009.
- [23] Fiala P.,
Development of a numerical model for the prediction
of ground-borne noise and vibration.
PhD Thesis, Budapest, 2008.
- [24] H-E. de Bree,
An overview of Microflown technologies.
Acta Acustica, Vol. 89, 2003., pp.163–172.
- [25] Heylen W., Lammens S., Sas P.,
Modal Analysis Theory and Testing.
Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, 1998.
- [26] Pfliegel P.,
Microflown –
Az akusztikai mérések újszerű eszköze I-III.
Akusztikai Szemle, 2009., II., III. és IV. szám.
- [27] Augusztinovicz F., Márki F., Carels P.,
Bite M., Dombi I.,
Noise and Vibration Control of The South Railway
Bridge of Budapest.
Proc. of 10th Int. Congr. Sound Vib., Stockholm, 2003.
pp.1713–1720.